

باسمه تعالی

نام طراحان: اعضای گروه ریاضی استان	اداره کل آموزش و پرورش خراسان رضوی	مدت زمان امتحان: ۱۰۰ دقیقه
محل خدمت: نواحی ۱ و ۴	معاونت آموزش متوسطه	تعداد سوالات: ۱۶
نام درس: حسابان ۱	اداره تکنولوژی، گروه های آموزشی و بررسی محتوا متوسطه	تعداد صفحات: ۳
پایه و رشته: یازدهم ریاضی	نمونه سوالات عملکردی گروه درسی ریاضی	تاریخ طراحی: ۱۴۰۳/۹/۱۵

ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد).	نمره
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) اگر نمودار تابع f را رسم کنیم، آنگاه صفرهای تابع طول نقاط تلاقی نمودار با محور x هاست.</p> <p>ب) برای رسم نمودار $y = f(x)$ کافی است نمودار $y = f(x)$ را رسم کنیم و قسمت هایی از نمودار که زیر محور x هاست را حذف کنیم.</p> <p>پ) هم دامنه تابع، مجموعه دلخواهی شامل دامنه تابع است.</p> <p>ت) وارون تابع f را که با f^{-1} نشان می دهیم همواره تابع است.</p> <p>الف درست (۰/۲۵) ب نادرست (۰/۲۵) پ نادرست (۰/۲۵) ت نادرست (۰/۲۵)</p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ حاصل ضرب ریشه ها از رابطه به دست می آید.</p> <p>ب) یک تابع در صورتی یک به یک است که هر خط موازی محور نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.</p> <p>پ) هر تابع با ضابطه $y = a^x$ که در آن $a > 0$ و $a \neq 1$ است را یک می نامیم.</p> <p>الف) $p = \frac{c}{a}$ (۰/۲۵) ب) x ها (۰/۲۵) پ) تابع نمایی (۰/۲۵)</p>	۰/۷۵
۳	<p>مجموع همه عددهای طبیعی دو رقمی که در تقسیم بر ۴ باقی مانده ۳ دارند، را تعیین کنید.</p> <p>۱۱, ۱۵, ۱۹, ..., ۹۹ (۰/۲۵)</p> <p>$a_n = 4n + 7 = 99 \Rightarrow n = 23$ (۰/۲۵)</p> <p>$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \Rightarrow S_{23} = \frac{23}{2}(2(11) + 22(4)) = 1265$</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۴	<p>حداقل چند جمله نخست، از جملات دنباله هندسی $3, 6, 12, \dots$ را جمع کنیم تا حاصل از ۵۰۰ بیشتر شود؟</p> <p>$S_n = \frac{a(1-q^n)}{1-q} > 600 \Rightarrow \frac{3(1-2^n)}{1-2} > 600 \Rightarrow 2^n > 201 \Rightarrow n = 8$ حداقل</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۵)</p>	۱/۲۵
۵	<p>در تابع $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ یکی از صفرها $x = -2$ می باشد، سایر صفرهای تابع را به دست آورید.</p> <p>با استفاده از تقسیم $f(x)$ بر $x + 2$ داریم: (۰/۲۵)</p> <p>$f(x) = (x+2)(x^2 + 4x + 3) = 0 \Rightarrow x = -2$ یا -1 یا -3</p> <p>(۰/۵) (۰/۵)</p> <p>در نتیجه سایر صفرها -1 و -3 خواهد بود.</p>	۱/۲۵
۶	<p>الف) نمودار تابع $f(x) = x + x-3$ را رسم کنید.</p> <p>ب) به روش هندسی مجموعه جواب معادله $x + x-3 = 3$ را تعیین کنید.</p> <p>الف) رسم نمودار $f(1)$ ب) رسم نمودار $y = 3$ (۰/۲۵)</p> <p>با توجه به نمودار $y = 3$ و f جواب معادله به صورت بازه $[0, 3]$ است. (۰/۵)</p>	۱/۷۵

۱/۵	<p>معادله $\frac{2x}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{2-x}{x^2-x}$ را حل کنید.</p> $\frac{2x}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{2-x}{x^2-x} \Rightarrow x(x-1)(x+1) \left[\frac{2x}{(x-1)(x+1)} + \frac{2}{x+1} = \frac{2-x}{x(x-1)} \right]$ <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p> $\Delta x^2 - 2x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 & \text{غ ق ق} \\ x = \frac{-2}{5} \end{cases}$ <p style="text-align: center;">(۰/۵) (۰/۵)</p>	۷
۱/۲۵	<p>معادله عمود منصف پاره خطی را بنویسید که دو نقطه $A(-1, 2)$ و $B(4, 5)$ را به هم وصل کرده است.</p> $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{5 - 2}{4 - (-1)} = \frac{3}{5} \Rightarrow m' = \frac{-1}{m} = \frac{-5}{3}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $M\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right): AB \text{ مختصات وسط} \Rightarrow y - \frac{7}{2} = \frac{-5}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right) \Rightarrow 5x + 3y = 18$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۸
۱/۲۵	<p>اگر نقطه $A(1, -2)$ رأس یک مربع و معادله یک ضلع آن $8x - 15y = -30$ باشد. محیط مربع را تعیین کنید.</p> $a = \text{فاصله نقطه تا خط} = \frac{ 8(1) - 15(-2) + 30 }{\sqrt{(8)^2 + (15)^2}} = \frac{68}{17} = 4$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۲۵)</p> <p>محیط مربع = $4 \times 4 = 16$ (۰/۲۵)</p>	۹
۱/۵	<p>نمودار تابع $f(x) = \left[\frac{x}{3}\right] + 1$ را در بازه $[-3, 3]$ رسم کنید.</p> $-3 \leq x \leq 3 \Rightarrow -1 \leq \frac{x}{3} \leq 1$ $-1 \leq \frac{x}{3} \leq 0 \Rightarrow y = 0 \text{ (۰/۲۵)}$ $0 \leq \frac{x}{3} \leq 1 \Rightarrow y = 1 \text{ (۰/۲۵)}$ <div style="text-align: center;"> <p style="text-align: center;">(۰/۷۵)</p> </div> $\frac{x}{3} = 1 \Rightarrow y = 2 \text{ (۰/۲۵)}$	۱۰
۱/۲۵	<p>ضابطه وارون تابع $f(x) = -x^2 + 4x + 2$ را به دست آورید.</p> $f: [2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ $y = -x^2 + 4x + 2 \Rightarrow x^2 - 4x = 2 - y \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 6 - y \Rightarrow (x - 2)^2 = 6 - y$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $\Rightarrow x - 2 = \sqrt{6 - y} \Rightarrow x - 2 = \sqrt{6 - y} \Rightarrow f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{6 - x}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱۱

۱/۲۵	<p>برابری دو تابع $f(x) = \sqrt{x^2(x-2)}$ و $g(x) = x \sqrt{x-2}$ را بررسی کنید.</p> <p>f دامنه: $x^2(x-2) \geq 0 \Rightarrow D_f = [2, +\infty) \cup \{0\}$ (۰/۵)</p> <p>g دامنه: $x-2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 2 \Rightarrow D_g = [2, +\infty)$ (۰/۵)</p> <p>$D_f \neq D_g \Rightarrow f \neq g$ (۰/۲۵)</p>	۱۲
۱/۷۵	<p>اگر $f(x) = \sqrt{x^2+9}$ و $g(x) = \sqrt{25-x^2}$ باشند، آن گاه دامنه و ضابطه تابع gof را به دست آورید.</p> <p>$(gof)(x) = g(f(x)) = \sqrt{25-x^2-9} = \sqrt{16-x^2}$</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>f دامنه: $x^2+9 \geq 0 \Rightarrow D_f = \mathbb{R}$ (۰/۲۵)</p> <p>g دامنه: $25-x^2 \geq 0 \Rightarrow -5 \leq x \leq 5$ (۰/۲۵)</p> <p>$D_{gof} = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq \sqrt{x^2+9} \leq 5\} = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2-16 \leq 0\} = [-4, 4]$</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱۳
۱/۲۵	<p>در توابع $f(x) = \frac{6}{x}$ و $g = \{(2, 3), (-1, 4), (3, 5)\}$ حاصل $(fog)(2) + (gf)(3)$ را محاسبه کنید.</p> <p>$(fog)(2) + (gf)(3) = f(g(2)) + g(3)f(3) = 2 + 5(2) = 12$</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۷۵) (۰/۲۵)</p>	۱۴
۱/۲۵	<p>نامعادله $4^{2x-1} > \frac{1}{1024}$ را حل کنید.</p> <p>$4^{2x-1} > \frac{1}{1024} \Rightarrow 2^{4x-2} > 2^{-10} \Rightarrow 4x-2 > -10 \Rightarrow x > -2$</p> <p>(۰/۵) (۰/۵) (۰/۲۵)</p>	۱۵
۰/۵	<p>جرم یک توده باکتری در هر ساعت سه برابر می شود اگر در ابتدا ۵۰۰ میلی گرم باکتری وجود داشته باشد، آن گاه جرم توده باکتری پس از t ساعت را به صورت یک تابع نمایی بنویسید.</p> <p>$m(t) = 500 \times 3^t$ (۰/۵)</p>	۱۶
کامیاب باشید		